

用弯曲法和SPSS标定铁片的杨氏模量

丁 韵,王新春,叶 青,王昆林,司民真

(楚雄师范学院,云南 楚雄 675000)

摘要:使用杨氏模量测试仪及读数显微镜,应用胡克定律,从理论上推导出系统的附加质量与系统各长度和重力加速度的综合量具有线性关系。采用弯梁法,逐步增减负重砝码的测量方案测量数据,引入SPSS的线性估计功能分析实验数据,得到系统的附加质量与系统各长度和重力加速度的综合量的定标曲线,并验证出系统附加质量与系统综合量之间存在的线性关系,由此标定出铁片的杨氏模量,用置信概率为95%的不确定度,对测量的数据和实验结果进行分析与评估,最终得到更为可靠合理的实验结果。

关键词:弯曲法;读数显微镜;SPSS线性估计;不确定度分析;杨氏模量

中图分类号:04-33

文献标志码:A

文章编号:1674-9324(2014)33-0126-02

杨氏模量是表征固体材料性质的重要物理量^[1],是工程技术中机械构件选材时的重要参数^[2],也是大学物理实验的重要内容之一。杨氏模量的测定是大学物理实验中的一个重要实验^[3]。在传统的弯梁法^[4]基础之上,逐步形成了一些新的实验方法^[5-7],但这些新的实验方法普遍存在着实验系统相对复杂、实验成本较高的情况,或者易受外界环境(温度、湿度、电磁)的影响。因此,高等学校实验教材中普遍采用的还是传统的弯梁法的实验方法,但由于传统的弯梁法存在着处理实验数据的方法较为陈旧,实验结果使用的是不确定的置信概率较低的现象(68.3%的正态分布)。为此,引入SPSS^[8]曲线估计功能去分析实验数据,试图减小人为因素和仪器因素带来的偶然误差和系统误差,提高对实验数据及实验结果分析的精度,用置信率为95%的不确定度(七分分布)对实验数据及其结果进行评价,可得到更为合理的实验结果。

一、实验仪器

1.实验装置(见图1)。

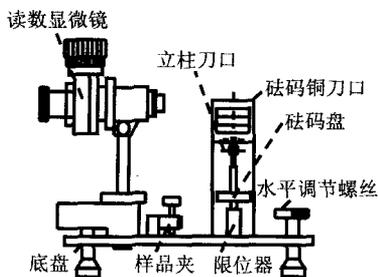


图1 FD-YMM-B弯曲法杨氏模量测试实验仪

2.实验安装及调试。

通过底板三个角上的水平调节螺丝,用水准器观察,使底板调整到水平位置。将横梁穿入砝码铜刀口内,并安放在两立柱的正中央位置,使砝码盘下的限位杆垂直插入限位器内,防止砝码盘的过度摆动。

将读数显微镜安装在显微镜架上,调节读数显微镜目镜,直到眼睛观察镜内的十字线和数字清晰,同时观察能否通过读数显微镜清楚地看到铜刀口上的基线,再转动读数旋钮使刀口的基线与读数显微镜内十字刻线的水平线吻合。调节好仪器就可以进行测量,但要注意在加减砝码时,砝码轻拿轻放,尽量不要碰到实验装置。

二、实验原理

测量原理。测量原理如图2所示,将横梁厚度为x,横梁宽度为y的铜片放在相距为l的二刀刃上,在梁上l/2处系上质量为m的砝码,使梁弯曲。挂砝码处由于外力作用而下降的位移变化量为ΔZ。在梁受力弯曲达到平衡时,根据胡克定律可推演铁片的杨氏模量,由下式^[9]决定: $E = \frac{mgl^3}{4x^3y(\Delta Z)}$

(1),考察(1)式,设各位移与重力加速度的综合量δ =

$\frac{4x^3y(\Delta Z)}{gl^3}$,则(1)式可简

$$\text{化为 } m = E \delta \quad (2)$$

实验中,用物理天平测定m_i。用米尺测得l,螺旋测微器测得x、y,用读数显微镜读取Z_i,从而可得系统各长度与重力加速度的综合量(δ_i)。应用SPSS的曲线估计功能,

试图去分析系统的附加质量(m_i)与系统各长度与重力加速度的综合量(δ_i)之间的线性相关性,由此标定出铁片的杨氏模量,并对其不确定度进行估算。

三、对杨氏模量的不确定度分析^[10]

若直接测量为a,其不确定度可由A、B类进行评定。测

$$\text{量列平均值的标准偏差为: } u_{(a)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n(n-1)}} \quad (3)$$

对于A类分量,实验中测量次数为7次,此时测量结果服从t分布,t_p为与一定置信概率相联系的置信因子,当p=0.95时,t_p=2.45,则: $u_{A(a)} = 2.34 u_{(a)}$ (4), (4)式中的 \bar{a} 可以分别表示 \bar{l} 、 \bar{x} 、 \bar{y} 、 $\bar{\Delta Z}$ 。

对于B类分量,若其误差极限为Δ, k_p为一定置信概率下相应分布的置信因子,Δ为仪器精度,C为相应分布的置信系数,若仪器误差服从均匀分布C=√3,当p=0.95时, k_p=1.96,那么 $u_{B(a)} = 1.96 \frac{\Delta_a}{\sqrt{3}}$ (5), (5)式中的a可以分别表示l、x、y、ΔZ。

直接测量为a的合成不确定度为:

$$u_{(a)} = \sqrt{u_{A(a)}^2 + u_{B(a)}^2} \quad (6)$$

根据(2)式 $u_{(a)} = \sqrt{u_{A(a)}^2 + u_{B(a)}^2}$,可得E的相对不确定度为:

$$u_{r(E)} = \frac{u_{(E)}}{E} \sqrt{\left(\frac{u_{(m)}}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_{(\delta)}}{\delta}\right)^2} \quad (7)$$

四、测量数据及线性分析

1.测量数据及其结果。

2.用SPSS分析m_i-δ_i定标曲线。

将表3实验结果输入SPSS软件中,应用SPSS中的线性估计功能,以系统附加砝码质量(m_i)为因变量,以各长度和重力加速度的综合量(δ_i)为自变量,可得定标曲线方程

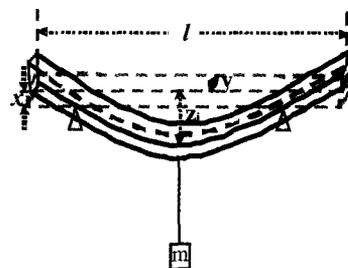


图2 测量原理图

表1 对铜片各长度(l,x,y)的测量

测量对象	测量结果	不确定度 U_r /%	测量方式	测量工具
$l/10\text{cm}$	2.300 ± 0.011	0.49	单次测量	5m 钢卷尺
$x/10^{-1}\text{mm}$	8.85 ± 0.11	1.28	多次测量	千分尺
$y/10\text{mm}$	2.300 ± 0.200	0.10	多次测量	游标卡尺

表2 附加砝码质量 (m_i) 依次增加20克时所对应位移 (Z_i)的测量

i /组	$\Delta_m = 0.02\text{g}$				$\Delta_z = 0.01\text{mm}$			
	0	1	2	3	4	5	6	7
$m_i/10\text{g}$	0.000	2.000	4.000	6.000	8.000	10.000	12.000	14.000
Z_i/mm	0.658	0.860	1.062	1.264	1.464	1.662	1.860	2.054

表3 $m-\delta$ 定标曲线所需的实验数据

i /组	1	2	3	4	5	6	7
$m_i/10\text{g}$	2.000	4.000	6.000	8.000	10.000	12.000	14.000
$\delta_i/10^{-4}\text{m}\cdot\text{s}^2$	1.081441	2.162882	3.244323	4.315056	5.375082	6.435109	7.473720

为:

$$m = 1.875806339421668 \times 10^{11} \delta - 0.0626051994050528 \quad (8)$$

所得其定标曲线如图3所示。

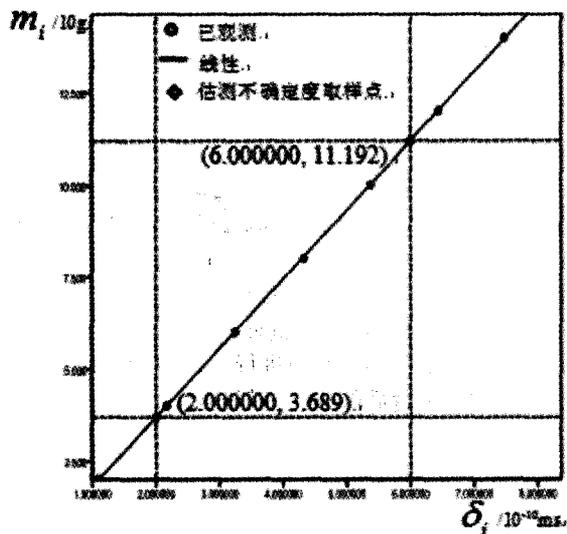


图3 $m-\delta$ 定标曲线

五、对杨氏模量不确定度的估算

根据图3的 $m-\delta$ 定标曲线, 在直线上适当的位置取样 $\delta_1, m_1, \delta_2, m_2$, 合理估算 E 的不确定度。由(8)式可得:

$$u_{(\delta_1)} = \frac{u_{(m_1)}}{1.875806339421668 \times 10^{11}} \quad (9)$$

$$\text{在图3上 } \delta_1, m_1, \delta_2, m_2 \text{ 取值可得: } E = \frac{m_2 - m_1}{\delta_2 - \delta_1} \quad (10)$$

$$\text{由上式可得: } u_{(E)} = \sqrt{\left(\frac{u_{(m_2 - m_1)}}{m_2 - m_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{(\delta_2 - \delta_1)}}{\delta_2 - \delta_1}\right)^2} \quad (11)$$

由图3取样点结合(9)、(10)、(11)可得杨氏模量的实验结果见下表。

表4 钢丝杨氏模量实验结果

$u_{(m_1)} = u_{(m_2)}/10^2\text{g}$	$u_{(\delta_1)} = u_{(\delta_2)}/10^3\text{ms}^2$	$E/10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$	$u_{r(E)}$
2.3	5.6	1.876 ± 0.001	0.03%

从测量原理所得的(2)式可知, 只要测量条件允许, 理论上, 系统附加砝码质量(m)与系统各长度和重力加速度的复合量(δ)应该具有线性关系, 若能从实验的角度研究出 $m_i-\delta_i$ 的关系曲线, 必然可以证明系统附加砝码(m)与系统各长度和重力加速度的复合量(δ)存在线性关系, 从而可以较为直观地标定出铁片的杨氏模量, 这在弯梁法的测量原理上具有一定的创新性。

由表3实验数据, 利用SPSS的曲线估计功能得定标方程(8)式及其图3的 $m-\delta$ 定标曲线图。验证了系统附加砝码(m)系统各长度与负重的复合量(δ)具有线性关系, 实验所得定标方程(8)式及图3实验曲线与理论分析的(2)式具有一致性。

由表3数据, 应用SPSS线性估计功能得到定标方程(8)式, 得到铁片的杨氏模量为 $1.88 \times 10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$, 对比通过查看手册^[11]所得铁片杨氏模量 $E = 1.85 \times 10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$, 二者具有较好吻合度, 表明所拟合的 $m-\delta$ 直线是客观的。

为了能较好的实现实验数据线性分析的合理性。应保证铜片尽量平直, 实验选择最小本底为挂钩砝码10kg, 负重砝码(m_i)以每组20kg为标准递增(或递减), 所对应的竖直方向上的位移 Z_i 从0.658mm变化到2.054mm, 可以推算出位移 Z_i 的变化量 ΔZ 从0.202mm变化到1.396mm。由图3可看出表2测量的数据可靠性较高, 从而使得测量结果、实验结果更为合理。

查手册的钢丝的杨氏模量为 $1.87 \times 10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$, 对照表4所得铁片杨氏模量的实验结果为 $1.88 \times 10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$, 二者吻合度较高。尤其查看表4中杨氏模量的实验结果, 由该实验方案所得杨氏模量的实验值只在千分位上可疑, 而以往采用的实验方案所得杨氏模量的实验值一般为十分位或百分位上可疑。表明应用SPSS的曲线分析估计标定的杨氏模量, 是可以显著提高测量数据及实验结果的分析精度, 且数据的处理过程及结果较为直观有效。因此, 该实验方案具有一定的推广价值。

参考文献:

- [1] 刘超, 蒲玉萍, 等. 硅铝复合材料杨氏模量有限元计算研究[J]. 粉末冶金工业, 2013, 23(4): 50-53.
- [2] 周晓明. 三种杨氏模量测量方法比较[J]. 实验科学与技术, 2011, 9(6): 97-99.
- [3] 金三梅, 左谨平, 等. 基于光电传感器的金属杨氏模量的测量[J]. 电子测量技术, 2011, (11): 51-52.
- [4] 张春梅. 用弯曲法测杨氏模量的不确定度的评定[J]. 大学物理实验, 2003, 16(4): 46-48.
- [5] 王新春, 王昆林, 等. 对液压法测杨氏模量的研究[J]. 大学物理实验, 2011, 24(2): 21-24.
- [6] 许巧平, 苏芳珍, 等. 用光衍射法测量杨氏模量[J]. 实验技术与管理, 2012, (10): 101-102.
- [7] 彭涛, 王新春, 等. 电桥法测杨氏模量的实验研究[J]. 大学物理实验, 2011, 24(1): 51-54.
- [8] 沈家旺, 王新春, 等. 定标法求钢丝杨氏模量的研究[J]. 技术物理学, 2012, 20(2): 86-90.
- [9] 梁霄, 田源, 等. 横梁弯曲衍射法测杨氏模量实验仪的研制[J]. 物理实验, 2011, 31(8): 31-33.
- [10] 刘才明. 大学物理实验中测量不确定度得评定与表示[J]. 大学物理, 1997, 16(8): 21-23.
- [11] 杨述武, 等. 普通物理实验1(力学、热学部分)[M]. 第四版. 北京: 高等教育出版社, 2007: 48-50.