

用光放大原理与 SPSS 测定钢丝的杨氏模量

谢有飞, 王新春, 祝飞霞

(楚雄师范学院物理与电子科学学院, 云南 楚雄 675000)

摘 要: 使用杨氏模量测定仪, 望远镜横直尺, 应用光放大原理, 从理论上推导出系统镜尺距离与系统长度和负重的复合量具有线性关系。在负重一定情况下, 采用一次性增减砝码的测量方案, 测量实验数据, 引入 Spss 线性估计功能分析实验数据, 得出系统镜尺距离与系统长度和负重的复合量的定标曲线, 并验证出镜尺距离与复合量存在线性关系, 由此标定出钢丝的杨氏模量, 用置信概率为 95% 的不确定度, 对测量的数据和实验结果进行评价, 最终得到更为可靠合理的实验结果。

关键词: 杨氏模量测量系统; 光放大原理; SPSS 线性估计; 不确定度分析; 杨氏模量

中图分类号: TG142.1 **文章标识码:** A **文章编号:** 1671 - 7406 (2014) 03 - 0039 - 05

引言

杨氏模量是表征固体材料性质的重要物理量^[1], 是工程技术中机械构件选材时的重要参数, 也是理工类大学物理实验的重要内容之一。杨氏模量的测定是大学物理实验中的一个重要实验^[2]。在传统的镜尺法^[3]基础之上, 逐步形成了一些的新的实验方法^[4,5,6,7], 但这些新的实验方法普遍存在着实验系统相对复杂, 实验成本较高情况, 或者易受外界环境 (温度、湿度、电磁) 的影响。因此, 高等学校实验教材中普遍采用的还是传统的静态拉伸的实验方法, 但由于该方法存在着处理实验数据的方法较为陈旧, 实验结果使用的不确定的置信概率较低的现象 (68.3%)。为此, 引入 SPSS^[8] 曲线估计功能去分析实验数据, 试图减小人为因素和仪器因素带来的偶然误差和系统误差, 提高对实验数据及实验结果分析的精度, 用置信率为 95% 的不确定度对实验数据及其结果进行评价, 可得到更为合理的实验结果。

1 实验装置及调整

实验装置如图 1 所示, 由 YMC - 1 杨氏模量测定仪, JCW - 1 尺读望远镜, 光杠杆, 砝码组成。

旋紧上、卡头固定钢丝, 调节减振台与下卡头等高, 保证钢丝有效长度在 1m 左右, 将水平仪放置于减振台不同位置, 反复调节支架螺钉, 使杨氏模量测定仪处于平衡状态。加上本底砝码 (5kg), 调节望远镜与光杠杆镜面等高, 采用固定本底砝码质量 (5kg), 直接加 (减) 砝码质量 (15kg) 的测量方案, 注意轻拿轻放。

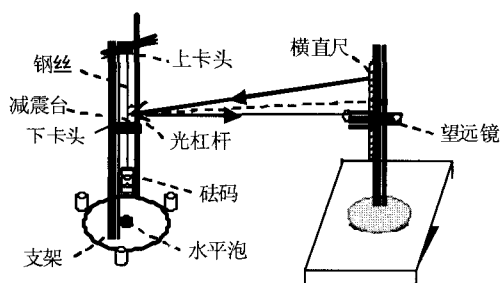


图 1 杨氏模量测定仪

基金项目: 国家特色专业项目资助, 项目编号: 12467。

收稿日期: 2014 - 02 - 15

作者简介: 谢有飞 (1990—), 男, 云南楚雄人, 大学本科, 主要研究方向为普通物理实验。

2 实验原理

2.1 测量原理

设钢丝的原长为 L , 横截面积为 S , 在外力 F 的作用下其长度改变了 ΔL , 由胡克定律可知物体的正应力与线应变成正比^[9]

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

(1) 式中的比例系数 E 为杨氏模量, 单位为 $N \cdot m^{-3}$, 若钢丝直径为 d , 则

$$E = \frac{4FL}{\pi d^2 (\Delta L)} \quad (2)$$

(2) 式表达了金属材料抵抗外力产生拉伸(或收缩)的形变能力。由于 ΔL 很小, 不易测量, 因而利用光放大原理进行测量, 光放大原理如图 2 所示, b 为光杠杆前后足距离, $(a_m - a_0)$ 为标尺刻度变化量, 在 2θ 很

时, 有 $\tan 2\theta \approx \frac{a_m - a_0}{D}$, $\tan \theta \approx \frac{\Delta L}{b}$, 那么 $2\theta = 2 \cdot \theta =$

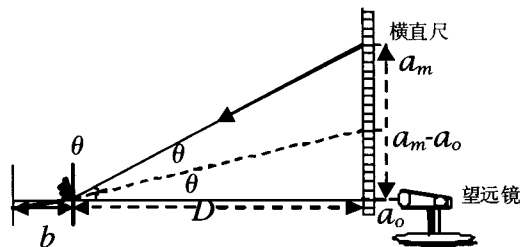


图2 光放大原理

$$\Delta L = \frac{(a_m - a_0)}{2D} \cdot b \quad (3)$$

若负重 $F = mg$, 由(2)(3)式得

$$E = \frac{8mgLD}{\pi b d^2 (a_m - a_0)} \quad (4)$$

考察(4)式, 令 $J = \frac{\pi b d^2 (a_m - a_0)}{8mgL}$, 则(4)式可简化为

$$D = J \cdot E \quad (5)$$

实验中, 用卷钢尺测得 L , 用游标卡尺测得 b , 螺旋测微器测得 d , 用望远镜和光杠杆可读出 a_m 、 a_0 , 从而可得 $(a_m - a_0)$, 从而可得系统长度 - 负重的复合量 (J_i) , 用卷钢尺测得系统镜尺的距离 D_i 。应用 SPSS 的曲线估计功能, 试图去分析系统的镜尺距离 (D_i) 与长度 - 负重的复合量 (J_i) 之间的线性相关性, 由此标定出钢丝的杨氏模量, 并对其不确定度进行估算。

2.2 对杨氏模量不确定度分析^[10]

若直接测量量为 y , 不确定度可用 A、B 类进行评定。直接测量列平均值的标准偏差为

$$u_{(\bar{y})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}} \quad (6)$$

A 类, 若测量为 6 次, 测量结果服从 t 分布, 则

$$u_{A(\bar{y})} = 2.57 u_{(\bar{y})} \quad (7)$$

(7) 式中的 $\bar{y}$ 可分别代表 $\bar{L}$ 、 $\bar{D}$ 、 $\bar{b}$ 、 $\bar{d}$ 、 $(\bar{a}_m - \bar{a}_0)$ 。

对于 B 类不确定度, 若其误差极限为 Δ , C 为相应分布的置信系数, 仪器误差服从均匀分布。那么

$$u_{B(y)} = 1.96 \frac{\Delta_y}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

(8) 式中的 y 可分别代表 L 、 D 、 b 、 d 、 $a_m - a_0$ 。

直接测量量的合成不确定度为

$$u_{(y)} = \sqrt{u_{A(\bar{y})}^2 + u_{B(\bar{y})}^2} \quad (9)$$

间接测量量 $E = f(y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m)$, 则 y 的标准不确定度 $u_{c(E)}$ 为

$$u_{c(E)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial k}{\partial y_i} \right)^2 u_{y_i}^2} \quad (10)$$

E 的相对不确定度 $u_{c(K)}$ 为

$$u_{r(E)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial(\ln E)}{\partial y_i} \right)^2 u_{y_i}^2} \quad (11)$$

根据(5)、(11)式, 杨氏模量 E 的合成不确定度 $u_{r(E)}$ 为

$$u_{r(E)} = \sqrt{\left(\frac{u_{(J)}}{J} \right)^2 + \left(\frac{u_{(D)}}{D} \right)^2} \quad (12)$$

3 测量数据及结果

3.1 测量数据及其结果表示

表 1 对各长度(L 、 b 、 d)的测量结果

测量对象	测量工具	测量方式	测量结果	不确定度 $u_r/\%$
L/cm	2m 钢卷尺	单次测量	61.00 ± 0.11	0.18
b/cm	50 分游标卡尺	多次测量	7.690 ± 0.02	0.26
d/mm	螺旋测微计	多次测量	0.836 ± 0.011	1.28

表 2 在相同负重下不同(D_i)所对应的 a_{mi} 、 a_{oi} 的测量值

测量方案: 一次性增减砝码多次读取 a_{mi} 、 a_{oi} , 本底 $m_0 = 5kg$, 增(减)砝码 $m_i = 15kg$								
$i/\text{组}$	1	2	3	4	5	6	7	8
a_i/m	3.2000	3.3000	3.4000	3.5000	3.6000	3.7000	3.8000	3.9000
a_{oi}/cm	12.40	11.28	11.78	17.40	20.00	22.30	19.68	13.98
a_{mi}/cm	19.14	18.24	18.96	24.78	27.62	30.08	27.70	22.20

表 3 系统镜尺距离(D_i)与系统长度-质量的复合量(J_i)的实验数据

$i/\text{组}$	D_i/m	$J_i/10^{-11} N^{-1} \cdot m^3$
1	3.2000	1.589640
2	3.3000	1.641527
3	3.4000	1.693415
4	3.5000	1.740585
5	3.6000	1.791189
6	3.7000	1.840099
7	3.8000	1.891530
8	3.9000	1.938889

3.2 应用 SPSS 分析 $J_i - D_i$ 定标曲线

将表 3 中的 J_i 、 D_i 的实验数据输入 SPSS 软件中, 以 J_i 为自变量, D_i 为因变量, 应用 Spss 曲线估计功能, 可得出 $J - D$ 的定标线性方程为

$$D = 2.006733364538562 \times 10^{11} J + 0.006391325945957902 \quad (13)$$

所得定标特性曲线图如图 3 所示。

3.3 对杨氏模量不确定度的估算

根据图 3 的 $J - D$ 特性曲线, 在斜线上取样点(J_1 , D_1)、(J_2 , D_2), 估算 E 的不确定度, 由曲线方程(13)式可得

$$u_{(D_i)} = \frac{u_{(D_i)}}{2.006733364538562} \quad (14)$$

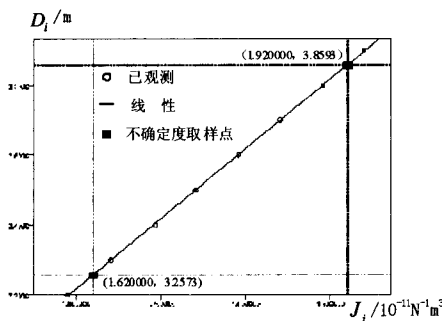


图 3 $J - D$ 定标曲线

由图 3 直线上不确定度取样点 (J_1, D_1) 、 (J_2, D_2) 可得

$$E = \frac{D_2 - D_1}{J_2 - J_1} \quad (15)$$

由(12)、(15) 式,可得 E 的相对不确定度公式为

$$u_{r(E)} = \sqrt{\left(\frac{u_{(D_2-D_1)}}{D_2 - D_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{(J_2-J_1)}}{J_2 - J_1}\right)^2} \quad (16)$$

由不确定度取样点 $J_1, D_1; J_2, D_2$,结合(14)、(16) 式可得杨氏模量实验结果。

表 4 钢丝杨氏模量实验结果

$u_{(j_i)} = u_{(j_i)} / 10^{-14} N^{-1} \cdot m^{-3}$	$u_{(D_i)} = u_{(D_i)} / 10^{-4} m$	$E / 10^{11} N \cdot m^{-2}$	$u_{r(E)} / \%$
1. 1	6. 0	$2. 006 \pm 0. 008$	0. 38

4 分析与结论

从测量原理所得的(5) 式可知,只要测量条件达到要求,理论上,系统镜尺距离(D) 与系统长度和负重的复合量(J) 应该具有线性关系,若能从实验的角度研究出 D_i-J_i 的关系曲线,必然可以证明系统镜尺距离(D) 与系统长度和负重的复合量(J) 存在线性关系,从而可以较为直观的标定出钢丝的杨氏模量,这在实验的测量原理上具有一定的创新性。

由表 3 数据,应用 SPSS 曲线估计功能得到定标方程(13) 式,从直线方程的斜率可得到钢丝杨氏模量为 $2. 01 \times 10^{11} N \cdot m^{-2}$,对比查看手册^[11] 所得钢丝杨氏模量 $E = 2. 01 \times 10^{11} N \cdot m^{-2}$,二者具有较好吻合度,表明实验所拟合的 $D-J$ 直线是客观的。

由表 3 实验数据,利用 SPSS 的曲线估得定标方程(13) 式及其图 3 的 $Z-W$ 定标曲线图。验证了系统长度、质量的复合量(Z_i) 与系统标尺刻度差(W_i) 具有线性关系,实验所得定标方程(13) 式及图 3 实验曲线与理论分析的(5) 式具有一致性。

为了能较好的实现实验数据线性分析的合理性。实验中选择本底砝码为 $5kg$ (保证钢丝平直),查看表 2,在保持本底 $m_0 = 5kg$,负重砝码(m_i) 控制在 $15kg$ 条件下(保证数据的测量质量),采用一次性增减砝码的测量方案,镜尺距离(D_i) 以每组 $10cm$ 为标准递增,望远镜镜尺初始尺刻度 a_{0i} 从 $12. 40cm$ 变化到 $13. 98cm$, a_{mi} 从 $19. 14cm$ 变化到 $22. 20cm$,而得到不同的标尺刻度差($a_{mi} - a_{0i}$)。由图 3 可以看出表 2 测量数据的可靠性较高,从而使得测量结果、实验结果更为合理。

查手册的钢丝的杨氏模量为 $2. 01 \times 10^{11} N \cdot m^{-2}$,对照表 4 所得钢丝杨氏模量的实验结果为 $2. 01 \times 10^{11} N \cdot m^{-2}$,二者一致。尤其查看表 4 中杨氏模量的实验结果,由该实验方案所得杨氏模量的实验值只在千分位上可疑,而以往年采用的实验方案所得杨氏模量的实验值一般为十分位或百分位上可疑。表明应用 SPSS 的曲线估计功能去标定钢丝的杨氏模量,是可以提高对测量数据及实验结果分析的精度,且使得数据的处理过程及结果直观有效。

参考文献:

- [1] 林登清,王新春等. 测定钢丝杨氏模量的实验方案研究 [J]. 物理通报, 2013, (2): 47—50.
- [2] 沈家旺,王新春等, 定标法求钢丝杨氏模量的研究 [J]. 技术物理学, 2012, 20 (2): 86—90.
- [3] 窦金兰,王新春,等. 对静态拉伸法测杨氏模量实验的改进及误差分析 [J]. 楚雄师范学院学报, 2012, 27 (6): 31—35.
- [4] 彭涛,王新春,等. 电桥法测杨氏模量的实验研究 [J]. 大学物理实验, 2011, 24 (1): 51—54.
- [5] 张帮. 利用迈克尔孙干涉原理测杨氏模量 [J]. 大学物理实验, 2007, 20 (3):

8—10.

[6] 张卫华. 动态发测金属杨氏模量实验的研究 [J]. 青海大学学报 (自然科学版), 2006, 24 (2): 91—93.

[7] 王新春, 王昆林等. 对液压法测杨氏模量的研究 [J]. 大学物理实验, 2011, 24 (2): 21—24.

[8] 宋志刚. SPSS 16.0 guide to data analysis [M]. 人民邮电出版社, 2008.

[9] 杨述武, 等. 普通物理实验 1 (力学、热学部分) (第四版) [M]. 高等教育出版社, 2007.

[10] 刘才明. 大学物理实验中测量不确定度得评定与表示 [J]. 大学物理, 1997, 16 (8): 21—23.

[11] 方利广. 大学物理实验 [M]. 上海: 同济大学出版社, 2006.

(责任编辑 司民真)

Measurement of Moug's Modulus of Steel Wire by Optical Amplifier Principle and SPSS

XIE Youfei, WANG Xinchun & ZHU Feixia

(Chuxiong Normal University, Chuxiong, 675000, Yunnan Province)

Abstract: Young's modulus tester, telescope and rule are employed to deduce the linear relationship between the distance of telescope & rule and compound variable of system length & weight - bearing according to the optical amplifier principle. When the weight - bearing is given, the measurement scheme of one - time increase or decrease of weight is adopted to measure the experiment data. Then the linear estimation of SPSS is introduced to analyze the experiment data and obtain the calibration curve between distance of telescope & rule and compound variable of system length & weight - bearing. Furthermore, the linear relationship between distance of telescope & rule and compound variable of system length & weight - bearing is verified and the young's modulus of steel wire calibrated. Finally, the experiment data and result are evaluated and the uncertainty confidence probability is found to be 95%. It's shown that we have gained reasonable experiment results.

Key words: measuring system of Young's Modulus, optical amplifier principle, SPSS estimation, uncertainty analysis, Young's modulus